Métodos algebraicos y geométricos para resolver cuadráticas y cúbicas

Fernando Barrera Mora
Escuela Superior de Física y Matemáticas del IPN, México
barrera@wadn.ipn.mx

Introducción

En la literatura han aparecido diversos métodos algebraicos unificados para resolver ecuaciones de grado menor o igual que cuatro. Esto se remonta, básicamente, al trabajo de Lagrange [Lagrange, J. L. (1770-1771). "Réflexions sur la Résolution Algébrique des Équations", Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin.] en donde, en las propias palabras de Lagrange, se plantea: "En este artículo me propongo examinar los diferentes métodos encontrados hasta aquí para la solución algebraica de ecuaciones, reducirlos a principios generales para mostrar *a priori* porqué esos métodos funcionan para grados tres y cuatro y fallan para grados superiores". ("Je me propose dans ce Mémoire d'examiner les différentes méthodes que l'on a trouvées jusqu'à présent pour la résolution algébrique des équations, de les réduire à des principes généraux, et de faire voir à priori pourquoi: des méthodes réussissent pour le troisième et le quatrième degré, et sont en défaut pour les degrés ultérieurs", idem página 206).

En el análisis que hace Lagrange sobre los métodos que se tenían para resolver ecuaciones cúbicas del tipo $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, llega a la conclusión que son "básicamente los mismos, puesto que éstos consisten en encontrar el resolvente cuyas raíces son representadas en forma general por $x' + \alpha x'' + \alpha^2 x'''$... El resolvente es de grado seis pero se reduce a una cuadrática", [idem, página 243]. Aquí $\alpha = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ y x', x'', x''' denotan las raíces de la cúbica. De su análisis, Lagrange llega a conclusiones similares para el caso de ecuaciones de grado cuatro, es decir, hay que encontrar un polinomio resolvente, que en este caso es un cúbico, para el cual ya hay un método. La discusión que hace Lagrange le permite obtener un método algebraico unificado para resolver ecuaciones de grado ≤ 4 y como él mismo lo dice:

Aquí, si no estoy equivocado, están los verdaderos principios para la solución de ecuaciones y para el mejor análisis de su comportamiento. Como se puede ver, todo se reduce a una clase de cálculo combinatorio por el cual uno encuentra a priori los resultados esperados. Parece razonable aplicar estos principios a ecuaciones de grado cinco y superiores, de las ecuaciones en este momento no se conocen sus soluciones pero tales aplicaciones requieren un número muy grande de extensiones y combinaciones cuyo éxito es muy dudoso. Entonces, por el momento, debemos renunciar a este trabajo. Esperamos regresar a éste en otra ocasión. En este punto estaremos satisfechos de haber establecido los fundamentos de una teoría la cual nos parece nueva y general" [idem página, 403].

De lo expuesto antes se desprende que la idea central desarrollada por Lagrange consistía en encontrar principios algebraicos generales para resolver ecuaciones por radicales, de hecho, el trabajo de Lagrange citado antes puede ser considerado el punto de inicio de lo que hoy se conoce como Teoría de Galois.

Es indiscutible el alcance que tienen los métodos algebraicos, sin embargo, y sobre todo desde el punto de vista de la enseñanza, resulta importante mostrar conexiones entre diferentes métodos, así como diferentes representaciones de un problema. Teniendo en cuenta esto, hemos preparado una discusión que muestra la forma de usar una idea geométrica en la solución de cuadráticas y cúbicas.

Una idea geométrica para resolver cuadráticas y cúbicas

En algunos libros de texto aparecen varios métodos para resolver ecuaciones cuadráticas. Entre estos hay geométricos, algebraicos o combinación de ambos. Por ejemplo, el método de completar cuadrados es uno de los más utilizados y tiene la ventaja de poderse ilustrar geométricamente. Otra característica de este método es su generalidad. En contraste con lo anterior, se tiene que al abordar la solución de la cúbica, el método de "completar cubos" presenta varias dificultades, una de las cuales se manifiesta al tratar de completar cubos en la ecuación $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, pues la condición necesaria y suficiente que se debe tener es la existencia de A y B tales que

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x + A)^3 + B = x^3 + 3Ax^2 + 3A^2x + A^3 + B,$$

condición que es suficientemente restrictiva, como lo indican las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} a &= 3A \\ b &= 3A^2 \\ c &= A^3 + B \end{aligned}$$

Sin embargo, haciendo un análisis más detallado de la idea geométrica que lleva al método de completar cuadrados se llega a la conclusión que hay un método que hemos llamado: "inverso a completar cuadrados" el cual se aplica para resolver tanto cuadráticas como cúbicas.

La cuadrática

Si b y c son números reales positivos, los miembros de la ecuación $x^2 + bx = c$ se pueden interpretar en términos de áreas, siendo el miembro de la izquierda la suma del área de un cuadrado de lado x, más el doble del área de un rectángulo de lados x y $b/2$ (Figura 1).

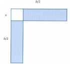


Figura 1

Con esto de referencia, se puede proceder a completar un cuadrado, Figura 2,

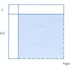


Figura 2

y calculando el área de este cuadrado de dos formas diferentes se tiene la ecuación:

$$\left(x+\frac{b}{2}\right)^2 = c + \frac{b^2}{4} = \frac{b^2+4c}{4},$$

de la cual resulta

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2+4c}}{2}$$

que es la fórmula para resolver ecuaciones cuadráticas.

La cúbica

La Figura 2 puede ser considerada como un cuadrado que se ha dividido en dos cuadrados y dos rectángulos congruentes como se ilustra en la Figura 3.

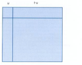


Figura 3

Calculando el área del cuadrado de lado t se tiene

$$t^2 = (t-u)^2 + u^2 + 2u(t-u),$$

ecuación que se puede escribir como $c = t^2 - u^2 = (t-u)^2 + 2u(t-u) = x^2 + bx$, en donde se ha hecho la identificación $u = b/2$ y $x = t - u$. De estas últimas ecuaciones y $c = t^2 - u^2$ se tiene que

$$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2+4c}}{2}.$$

¿Qué ocurre cuando se aplica esta idea al caso de una cúbica? Es decir, consideremos un cubo de lados t y dividiéndolo como se ilustra en la Figura 4, se obtienen: dos cubos, uno de lado u y otro de lado $t-u$; más cuatro paralelepípedos.

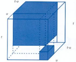


Figura 4

De esta consideración geométrica se tiene:

$$t^3 = u^3 + (t-u)^3 + 2tu(t-u) + u^2(t-u) + u(t-u)^2,$$

la cual se puede escribir como:

$$\begin{aligned} t^3 - u^3 &= (t-u)^3 + 2tu(t-u) + u^2(t-u) + u(t-u)^2 \\ &= (t-u)^3 + (t-u)\,[2tu + u^2 + u(t-u)] \\ &= (t-u)^3 + 3tu(t-u). \end{aligned}$$

Poniendo $x = t-u$, $p = 3tu$ y $q = t^3 - u^3$, la ecuación anterior se transforma en $x^3 + px = q$, y para conocer a x basta determinar a t y u. De las ecuaciones anteriores se tiene $p^3 = 27t^3u^3$, por lo que $q = t^3 - \frac{p^3}{27t^3}$, que es una ecuación cuadrática en t^3, (posiblemente a la que se refería Lagrange, ver la introducción). Haciendo $z = t^3$ la ecuación anterior se reduce a:

$$z^2 - qz - \frac{p^3}{27} = 0,$$

cuyas soluciones son:

$$z = \frac{q}{2} \pm \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} = t^3.$$

De esto y $q = t^3 - u^3$ se tiene

$$u = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}},$$

y finalmente:

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

Las restantes raíces de la ecuación $x^3 + px = q$ se obtienen de las ecuaciones que definen a u^3, t^3 y tomando en cuenta a la ecuación $p = 3tu$.

Observación. Hay que notar que una cúbica general $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ se puede llevar a una del tipo $y^3 + py + q = 0$ mediante el cambio $x = y - a/3$, con lo que la discusión anterior proporciona un método general para resolver las cúbicas.

Conclusiones

En la discusión presentada se ha abordado un método con ideas geométricas para resolver, tanto cuadráticas como cúbicas y se ha mencionado que hay métodos algebraicos unificados para resolver ecuaciones de grado a lo más cuatro. De acuerdo a Boyer [C. B. Boyer, *A history of Mathematics*, Second Edition, John Wiley and Sons Inc. (1991), página 284], el método de Cardano para resolver cúbicas pudiera ser referido como "completando cubos", sin embargo no parece tener una conexión directa con el método de completar cuadrados. En relación a todo esto, es de importancia señalar que algunas de las ideas presentadas aquí fueron motivadas por la situación que surge, al discutir en el salón de clase la solución de ecuaciones cúbicas. Se nota un trecho entre los métodos para resolver cuadráticas y cúbicas, el cual pudiera tener relación con el proceso histórico que se dió para llegar a resolver las ecuaciones de grado tres y cuatro. Teniendo presente esto surgen algunas interrogantes que invitan a una reflexión.

1. ¿Cómo explicar el que hayan pasado siglos [P. J. Davis and R. R. Hersh, *The Mathematical Experience*, Birkhäuser Boston (1980), página 11] desde que se conocía la solución de la cuadrática hasta la solución de la cúbica (Siglo XVI de nuestra era), tomando en cuenta la relación que hay entre los métodos de solución?
2. ¿Se puede extender el método que hemos presentado para resolver una cuártica general?
3. ¿Se puede decidir la no solubilidad por radicales de la quíntica general usando ideas geométricas?

có libros sobre aritmética, geometría práctica, y trigonometría esférica. También hubo publicaciones sobre metalurgia, análisis del opio, estudios de botánica, etc.

Ya en el ahora pasado siglo XX, podemos comentar que el Instituto Científico y Literario de Toluca contó con la colaboración de don Sotero Prieto Rodríguez, ese emblemático personaje que simboliza la dedicación y entereza que esperamos en nuestros jóvenes estudiantes de matemáticas en todo el país. No en balde, el premio nacional más importante destinado a este sector de la comunidad matemática mexicana lleva su nombre. Don Sotero Prieto fue invitado al ICLT para aplicar los exámenes a los candidatos de maestros de matemáticas. Digamos que la presencia de don Sotero en Toluca dejó tal huella, que quizá en un gesto de reconocimiento a su colaboración y de dignificación para los toluqueños, en 1991 el Instituto Mexiquense de Cultura publicó el libro *Historia de las Matemáticas*, notas del curso que don Sotero dictara a sus alumnos en la Escuela Nacional de Ingenieros y en la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Nacional Autónoma de México a principios de la década del treinta del siglo XX.

En 1956 el Instituto, que había alcanzado su autonomía en 1944, se transformó en la actual Universidad Autónoma del Estado de México. El antiguo edificio se restauró y ahora es la sede de la rectoría. La UAEMex cuenta además con instalaciones en varias localidades del estado, así como en distintos puntos de Toluca y particularmente Ciudad Universitaria en el cerro de Coatepec, al poniente de la ciudad.

Podría pensarse que Toluca se ha mantenido un tanto distante del desarrollo de las matemáticas. Pero desde luego que por lo anterior esta distancia, de ninguna manera puede interpretarse como indiferencia. Los habitantes del Valle de Toluca interesados en las matemáticas, utilizando la suerte de estar tan cerca de la Ciudad

Foto: Ernesto Olvera

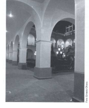


Foto: Ernesto Olvera

de México, solamente a 67 kilómetros al poniente, pueden trasladarse sin muchos esfuerzos a las grandes instituciones educativas nacionales, como la UNAM y IPN, entre otras, para estudiar matemáticas y prepararse en esta ciencia. Algunos de ellos creando y produciendo matemáticas terminan adoptados por el Distrito Federal, y así se diluye su origen mexiquense. El interés autóctono sobre las matemáticas, siempre presente, realiza y cristaliza su esfuerzo hacia 1986, con la creación en la UAEMéx de la Escuela de Ciencias, actualmente facultad, con las carreras de matemáticas, física y biología. Dentro de los fundadores de la Facultad de Ciencias podemos mencionar a José Carlos Mendoza, Asbel Garduño y Fernando A. Ongay como los responsables de que hubiera licenciatura en matemáticas.

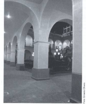
Toluca ha sido sede de más de una reunión de matemáticos. Podemos nombrar, entre otros, el Encuentro de Vinculación de las Matemáticas con el Sector Productivo, organizado por la Sociedad Matemática Mexicana, en febrero de 1993. Ahora, iniciando el siglo XXI y festejando el XV aniversario de la fundación de la Facultad de Ciencias, junto con su licenciatura en matemáticas, tenemos la oportunidad de ser la sede del XXXIV Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. En esta ciudad, la más alta y de las más frías del país (2680 metros sobre el nivel del mar y con una temperatura media anual de 12.6 °C), nos preparamos profundamente entusiasmados para recibir a la comunidad matemática mexicana. Nuestro objetivo es lograr una reunión que resulte productiva en lo que todos se sientan cómodos y satisfechos de participar.

có libros sobre aritmética, geometría práctica, y trigonometría esférica. También hubo publicaciones sobre metalurgia, análisis del opio, estudios de botánica, etc.

Ya en el ahora pasado siglo XX, podemos comentar que el Instituto Científico y Literario de Toluca contó con la colaboración de don Sotero Prieto Rodríguez, ese emblemático personaje que simboliza la dedicación y entereza que esperamos en nuestros jóvenes estudiantes de matemáticas en todo el país. No en balde, el premio nacional más importante destinado a este sector de la comunidad matemática mexicana lleva su nombre. Don Sotero Prieto fue invitado al ICLT para aplicar los exámenes a los candidatos de maestros de matemáticas. Digamos que la presencia de don Sotero en Toluca dejó tal huella, que quizá en un gesto de reconocimiento a su colaboración y de dignificación para los toluqueños, en 1991 el Instituto Mexiquense de Cultura publicó el libro *Historia de las Matemáticas*, notas del curso que don Sotero dictara a sus alumnos en la Escuela Nacional de Ingenieros y en la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Nacional Autónoma de México a principios de la década del treinta del siglo XX.

En 1956 el Instituto, que había alcanzado su autonomía en 1944, se transformó en la actual Universidad Autónoma del Estado de México. El antiguo edificio se restauró y ahora es la sede de la rectoría. La UAEMex cuenta además con instalaciones en varias localidades del estado, así como en distintos puntos de Toluca y particularmente Ciudad Universitaria en el cerro de Coatepec, al poniente de la ciudad.

Podría pensarse que Toluca se ha mantenido un tanto distante del desarrollo de las matemáticas. Pero desde luego que por lo anterior esta distancia, de ninguna manera puede interpretarse como indiferencia. Los habitantes del Valle de Toluca interesados en las matemáticas, utilizando la suerte de estar tan cerca de la Ciudad de México, solamente a 67 kilómetros al poniente, pueden trasladarse sin muchos esfuerzos a las grandes instituciones educativas nacionales, como la UNAM y IPN, entre otras, para estudiar matemáticas y prepararse en esta ciencia. Algunos de ellos creando y produciendo matemáticas terminan adoptados por el Distrito Federal, y así se diluye su origen mexiquense. El interés autóctono sobre las matemáticas, siempre presente, realiza y cristaliza su esfuerzo hacia 1986, con la creación en la UAEMéx de la Escuela de Ciencias, actualmente facultad, con las carreras de matemáticas, física y biología. Dentro de los fundadores de la Facultad de Ciencias podemos mencionar a José Carlos Mendoza, Asbel Garduño y Fernando A. Ongay como los responsables de que hubiera licenciatura en matemáticas.



Toluca ha sido sede de más de una reunión de matemáticos. Podemos nombrar, entre otros, el Encuentro de Vinculación de las Matemáticas con el Sector Productivo, organizado por la Sociedad Matemática Mexicana, en febrero de 1993. Ahora, iniciando el siglo XXI y festejando el XV aniversario de la fundación de la Facultad de Ciencias, junto con su licenciatura en matemáticas, tenemos la oportunidad de ser la sede del XXXIV Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. En esta ciudad, la más alta y de las más frías del país (2680 metros sobre el nivel del mar y con una temperatura media anual de 12.6 °C), nos preparamos profundamente entusiasmados para recibir a la comunidad matemática mexicana. Nuestro objetivo es lograr una reunión que resulte productiva en lo que todos se sientan cómodos y satisfechos de participar.

Matemáticas en la UAM-I

Ernesto Pérez Chavela
Jefe del Departamento de Matemáticas
UAM-Iztapalapa


Laboratorio de grandes instrumentos

La matemática es la reina de las ciencias según Gauss. Esta bella disciplina tiene una gran diferencia con respecto a otras ramas de la ciencia: en última instancia, la verificación del cuerpo de conocimiento de la matemática depende de una demostración lógica en lugar de descansar en observaciones empíricas. Es quizá sorprendente que esta ciencia, que a primera vista puede parecer árida, tenga el alcance y la relevancia que hoy en día le es reconocida en gran cantidad de medios. Esto puede explicarse por el hecho de que las matemáticas no solamente forman una herramienta idónea para tratar conceptos abstractos de casi cualquier naturaleza, si no que ofrece un lenguaje adecuado para que una teoría dada no se quede en el nivel de mera descripción, proveyéndole de la posibilidad de explicación y predicción. Más aún, este íntimo contacto con la realidad ha sido benéfico para el propio desarrollo de las Matemáticas propiciando una retroalimentación enriquecedora entre teoría y aplicación.

En el Departamento de Matemáticas de la Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa estamos interesados en mantener y estrechar este contacto de las matemáticas con la realidad; esto se refleja en todas las actividades académicas que desarrollan nuestros profesores. La planta de profesores-investigadores de nuestro Departamento se distribuye en las siguientes áreas de investigación: Álgebra, Análisis, Análisis Aplicado, Ecuaciones Diferenciales y Geometría, Probabilidad y Estadística y Topología. La vinculación del Departamento con las diversas disciplinas tanto científicas y tecnológicas como humanísticas, se ve favorecida por la estructura departamental, la cual desde que la UAM fue fundada en 1974, ha representado una gran innovación en el medio educativo superior mexicano.

El Departamento de Matemáticas forma parte de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería (CBI) y se encarga de todos los cursos de matemáticas tanto de esta División como de las otras dos Divisiones que conforman nuestra Unidad, que son la División de Ciencias Biológicas y de la Salud (CBS) y la División de Ciencias Sociales y Humanidades (CSH).

En sus más de veinticinco años de existencia, el Departamento de Matemáticas ha mantenido un constante crecimiento, alcanzando en la actualidad un total de 90 profesores de tiempo completo de los cuales 61 tienen un nombramiento definitivo. Del total de nuestra planta definitiva, el 75% cuenta con el grado de Doctor y un 60% forma parte del Sistema Nacional de Investigadores. Esto ha generado una creciente producción de publicaciones, primordialmente artículos de investigación y libros de texto. Podemos decir sin temor a equivocarnos que nuestro Departamento ocupa una posición prominente en el desarrollo de la Matemática en México.

El Departamento de Matemáticas tiene a su cargo una Licenciatura en Matemáticas así como un Postgrado en Matemáticas (Maestría y Doctorado en Ciencias) el cual está inscrito en el padrón de excelencia del CONACYT. Este postgrado está dirigido a profesionales en matemáticas o disciplinas afines que deseen adquirir una formación avanzada en las ciencias o ingeniería, y una formación básica en investigación. El objetivo principal de este plan es el de formar investigadores y profesionales de alto nivel académico en las ciencias básicas e ingeniería. Cabe agregar aquí que el Postgrado en Matemáticas, además de estar respaldado por nuestro amplio grupo de profesores, es enriquecido mediante la colaboración interdisciplinaria con investigadores de otros departamentos de la División de CBI.

Para mayor información sobre la conformación de las áreas del Departamento, de la producción científica de los últimos años, así como de la Licenciatura y el Postgrado en Matemáticas que ofrecemos, lo invitamos a visitar nuestra página Web en <http://www.mat.uam.mx>


Mural de Arnold Belkin

Mil novecientos

Jaime Cruz y Margarita Tetlalmatzi
Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

La historia de las matemáticas está llena de extraordinarios mitos; recuérdense por ejemplo los supuestos grandes festejos de los pitagóricos para celebrar a los números irracionales, las románticas y trágicas versiones de las vidas de Tartaglia, Galois y Ramanujan, las misteriosas leyendas acerca de Bourbaki o las divertidas explicaciones sobre la ausencia del Premio Nobel de matemáticas.

En su discurso "Importancia del Año 2000 para la matemática'', publicado en Carta Informativa [7], Adolfo Sánchez Valenzuela nos cuenta con singular arrobo una romántica versión de los sucesos acerca del célebre discurso de David Hilbert con el que ''la matemática mundial recibió el siglo veinte''. Sánchez Valenzuela nos rememora los excelsos momentos en que Hilbert brillantemente sintetizó, frente a los más eminentes matemáticos de su tiempo, los logros alcanzados hasta 1900 y presentó para las generaciones venideras sus veintitrés desafiantes problemas. Nos estremece la emoción al imaginar el cuadro que Adolfo nos pinta, pero, bien puede ser que nos encontremos frente a uno más de esos extraordinarios mitos de la historia de las matemáticas pues, según el artículo de Ivor Grattan-Guinness 'A Sideways Look at Hilbert's Twenty-three Problems of 1900' [1], los acontecimientos alrededor del célebre discurso de Hilbert de 1900 ocurrieron de otra manera.

Con el sólo propósito de llamar la atención del lector sobre otros posibles cursos de los acontecimientos, sin intentar ni pretender poner en duda la importancia, la trascendencia y el impacto del discurso de Hilbert de 1900 sobre la matemática del siglo XX, a continuación citamos algunos puntos de [1] que nos parecen interesantes. Para empezar, según [1], Hilbert no dictó la conferencia inaugural del Segundo Congreso Internacional de Matemáticas realizado en París en el año de 1900. A Hilbert se le invitó un poco antes de diciembre de 1899 para hablar en ese congreso pero, aparentemente, hasta junio de 1900 no había enviado su artículo a los organizadores y su conferencia quedó fuera del programa. Finalmente, en la mañana del 8 de agosto de 1900, Hilbert habló no en una conferencia plenaria del Congreso sino en una sesión sobre bibliografía e historia. El título de su conferencia no fue Problemas de Matemáticas sino Los Problemas Futuros de las Matemáticas y por razones de tiempo no presentó sus veintitrés problemas sino solamente diez. Un resumen del artículo de Hilbert apareció pronto en [6].

Los veintitrés problemas de Hilbert se publicaron en 1900 en [3] y en 1901 en [4] bajo el título de Mathematische Probleme, de donde probablemente surge el título de Problemas de Matemáticas al que Sánchez Valenzuela se refiere. En 1902 se publicó una versión en inglés [5] y la versión publicada en [4] se tradujo al francés y se publicó en las Memorias del Congreso. Más tarde, una reseña publicada en el Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik incluyó únicamente veinte problemas, dejando fuera los Problemas 5, 11 y 14. Y a propósito del número de problemas, Hilbert menciona explícitamente la Conjetura de Fermat y el Problema de Tres Cuerpos en los preámbulos de su conferencia y de su artículo [3] pero no los incluye en su lista. ¿Quiere decir esto que en realidad Hilbert planteó veinticinco problemas? Por otra parte, en un reporte del Congreso de 1900 preparado por C. A. Scott [8] se comenta que G. Peano hizo notar a Hilbert que el Problema 2 ya había sido resuelto por sus colegas en Italia pero Hilbert no rectificó su lista.

Con respecto a la conferencia de Hilbert, Grattan-Guinness comenta que probablemente Poincaré no la escuchó pues, en una carta a Hurwitz, Hilbert menciona que Poincaré "was manifestly present only by duty of necessity". Respecto a las versiones publicadas de los veintitrés problemas de Hilbert, el único comentario de Poincaré parece haber sido el silencio, con el cual, según Grattan-Guinness, Poincaré quiso decir: "intuition and applications, dear collegue, not all this purist axiomatics". Cabe mencionar que Poincaré nunca atacó ninguno de los veintitrés problemas de Hilbert ni hizo mención de ninguno de ellos en su conferencia El Futuro de las Matemáticas (compare el título con el de la conferencia de Hilbert), que dictó en el Tercer Congreso Internacional de Matemáticas celebrado en Roma en 1908, en la cual sí elogió grandemente el trabajo de Hilbert sobre los fundamentos de la geometría.

Para concluir, nos gustaría comentar que, aunque el artículo de Grattan-Guiness [1] está muy bien fundamentado, es la versión que nos cuenta Sánchez Valenzuela la que más nos cautiva y muy probablemente la que seguiremos contando nosotros mismos para inspirar a nuestros estudiantes; después de todo, aún si esa versión fuese un mito más en las matemáticas, exagerar un poco es, según Hardy [2], uno de los deberes primordiales de un profesor.

Nota del Editor. En la dirección http://alephØ.c/arku.edu/~djoyce/hilbert/ es posible encontrar una versión en inglés de la conferencia de Hilbert. Dato proporcionado por el Dr. Felipe Monroy.

REFERENCIAS

1. Grattan-Guinness, A Sideways Look at Hilbert's Twenty-three Problems of 1900, Notices of the AMS, August 2000, Vol. 47, Number 7, 752- 757.
2. G. H. Hardy, A Mathematician's Apology, Cambridge University Press, 1996.
3. D. Hilbert, Mathematische Probleme, Nachrichten Königlichen Gesellschaft Wissenschaften Götingen, math-physik. Klasse, 253-297, 1900.
4. D. Hilbert, Mathematische Probleme, Arch. Math. Physik (3), 1, 44-63, 213-237, 1900.
5. D. Hilbert, Mathematical Problems, Bull. Amer. Math. Soc. 8, 437-479, 1902.
6. D. Hilbert, Problèmes mathématiques, l'Ens. Math. (1) 2, 349-355, 1900.
7. A. Sánchez Valenzuela, Importancia del Año 2000 para la matemática, Carta Informativa, SMM, Noviembre 2000, 4-7.
8. C. A. Scott, The International Congress of Mathematicians in Paris, Bull. Amer. Math. Soc. 7 (1900), 57-79, 1900.